Ivar Ekeland

le Chaos

POCHE
Le Pommier

Ivar Ekeland

le Chaos

POCHE

Éditions
Le Pommier

Ce livre est une nouvelle édition, largement augmentée et mise à jour, d'un volume de la collection « Dominos », paru en 1995 chez Flammarion.

ISBN 2-7465-0159-7

239, rue Saint-Jacques, 75005 Paris

www.editions-lepommier.fr

Sommaire

Avant-propos

Impasse Berthaud, à Paris, non loin du Centre Pompidou et de sa tuyauterie clinquante, se cachait un petit musée, aujourd'hui disparu, consacré aux instruments de musique mécaniques. On y trouvait des choses étonnantes : des boîtes à musique, de vieux phonographes, des orgues de Barbarie, des pianos mécaniques, des automates en habit qui jouaient de la trompette. Il y avait même un piano à queue où un mécanisme conservait pour l'éternité le jeu de Paderewski, et l'on voyait avec émotion les touches s'enfoncer sous les doigts d'un artiste disparu depuis longtemps. La visite guidée se déroulait dans une agréable cacophonie, chaque instrument y allait de sa petite musique, et l'on en sortait étourdi comme après une journée de vacances et émerveillé de tant d'ingéniosité dans l'artifice.

Je m'arrêtais toujours devant un jouet d'enfant, qui semblait là par hasard, et devant lequel la visite ne s'attardait guère. Il s'agissait d'un petit gymnaste en tissu, protégé par une vitre, et agrippé à une barre fixe. Comme il avait les mains prises, il ne jouait d'aucun instrument : il se contentait de virevolter autour de sa barre. Mais il le faisait de manière si singulière, et pourtant si assurée, qu'on l'eût dit animé d'une volonté propre, et changeant d'avis au gré de son humeur ou de sa fantaisie : un coup à gauche, deux coups à droite, encore trois coups à gauche, puis de nouveau cinq coups à droite ; les tours s'enchaînaient dans un sens et dans l'autre sans que jamais on pût prévoir ce que ce diabolique pantin allait faire. A voir ces renversements permanents, ces sautes incessantes de direction, on aurait bien pris des paris : combien de tours dans ce sens avant de repartir dans l'autre ?

Le contraste était saisissant. D'un côté de belles mécaniques qui, par un jeu de soufflets ou de marteaux, reproduisent une information codée. Les orgues de Barbarie avalent de grandes bandes de carton pliées, et les pianos bastringues se nourrissent de rouleaux pneumatiques. Mécaniques admirables, certes, ingénieuses, mais sans mystère : on connaît la musique, on sait la note qui va suivre. Si on veut la réentendre, il suffit de mettre la machine en marche, elle rejouera le même air de la même façon, et il ne faudra pas très longtemps avant que nous ne nous lassions de cette rengaine. De l'autre, un pantin qui virevolte autour d'une barre fixe, bien modestement, mais sans jamais se répéter : quand il part, on ne sait pas de quel côté il va, et quand il est lancé dans un sens, on ne sait ni pourquoi ni pour combien de temps. Spectacle fascinant parce que toujours surprenant, donc toujours neuf, et il y a fort à parier que le bel automate finira au placard bien avant le petit pantin.

D'un côté des mécanismes, compliqués sans doute, mais prévisibles. De l'autre, quoi ? Comment appelle-t-on ce qu'on ne peut qu'observer, sans comprendre ce qui se passe et sans deviner ce qui va arriver ? Cela a un très beau nom, ami lecteur : cela s'appelle le hasard. Nous allons d'abord apprendre à le reconnaître. Ensuite, nous apprendrons à le fabriquer.

Ce sera la première partie de ce livre. Dans une seconde partie nous nous interrogerons sur le rôle des ordinateurs dans les sciences exactes. Comme les théories sont désormais trop complexes pour que l'on puisse faire les calculs à la main, l'ordinateur est devenu un intermédiaire obligé entre le modèle mathématique et la réalité physique qu'il prétend décrire. Ce que montre la théorie du chaos, c'est que même les calculs effectués par ordinateur sont sujets à caution. L'ordinateur est un instrument nouveau, comme l'étaient à leur époque la lunette de Galilée et le microscope de Loewenhoek. Comme ses prédécesseurs il change les conditions de la recherche scientifique mais, pour l'utiliser à bon escient, il faut être conscient de ses limites.

Première partie

La mécanique du hasard

Le chaos existe, je l'ai rencontré

Un tour de piste

Regardons à nouveau ce saltimbanque, et tâchons de ne plus voir que ce qui a une portée générale, et, si j'ose dire, scientifique. L'environnement, la musique, les explications, mes impressions, tout a maintenant disparu, les collections ont été dispersées et je ne sais ce qu'est devenu mon petit gymnaste. Peu importe : ce n'est pas le hasard de son destin qui nous intéresse, c'est celui qui se cachait dans ses évolutions. Allons-y, lançons-le, et comptons les tours qu'il fait dans chaque sens avant de s'immobiliser, à bout de souffle :

+ 5 2 2 2 2 2 3 2 2 3 1 4 4 1 2 3 4 3 5 2 4 3 1.

C'est ce que nous appellerons un protocole d'expérience. Le signe plus (+) indique que le premier tour a eu lieu dans le sens des aiguilles d'une montre ; le signe moins (-) indiquerait le contraire. Ce protocole signifie donc que le gymnaste a d'abord effectué cinq tours dans le sens des aiguilles d'une montre, puis deux tours dans l'autre, puis de nouveau deux tours dans le premier sens, puis deux dans le second : au total soixante-deux tours, le dernier étant effectué dans le même sens que les cinq premiers.

Il n'y a pas dans ce protocole de régularité apparente, pas de règle de succession qui permette de deviner un chiffre à partir du précédent ou des précédents. On voit qu'un 2 est suivi tantôt par un 2, tantôt par un 3 ou par un 4 ; de même, une paire comme 5/2 est suivie, tantôt par un 2, tantôt par un 4. Si l'on me donnait les vingt-deux premiers chiffres en me demandant de « compléter la série », c'est-à-dire de deviner le vingt-troisième, je ne verrais rien de beaucoup mieux à faire que de proposer un 2, au motif que c'est le chiffre qui jusqu'à présent a été le plus fréquent, et que c'est donc lui le plus probable. Ce faisant, je m'en remets à l'une des plus vieilles croyances de l'humanité : l'avenir doit reproduire le passé. Ce qui s'est déjà produit se reproduira, et ce qui a été fréquent hier le sera demain. Voilà bien pourquoi nos ancêtres attendaient avec une certaine confiance que le soleil se lève après s'être couché : s'étant déjà levé un grand nombre de fois, il ne manquerait pas de le faire une fois encore. On peut aller plus loin dans cette direction, et remarquer que, chaque fois que le soleil se lève, il augmente le nombre total de fois où il s'est levé, et donc la probabilité qu'il se lève de nouveau. Sur ces bases, on peut calculer (mais si, mais si…) la probabilité que le soleil se lève demain matin, sachant qu'il s'est levé tous les jours depuis cinq mille ans au moins ; pas plus, car si jamais il avait failli à sa tâche avant l'invention de l'écriture, il n'y aurait pas eu de moyen de nous faire connaître un événement aussi extraordinaire. Le calcul figure dans la littérature scientifique, il a été fait par Laplace en 1812 ; la légende veut que Laplace ait proposé de parier 1 828 214 contre un que le soleil se lèverait le lendemain, sachant que cinq mille ans font 1 828 213 jours. Aujourd'hui, bien sûr, le soleil ayant assuré cent quatre-vingt-trois ans de service supplémentaire, nous serions en mesure d'offrir des conditions encore plus avantageuses.

Je pense que le lecteur conviendra que la loi d'attraction de Newton, et toute la mécanique céleste, constituent de bien meilleures raisons de croire que le soleil se lèvera demain, et que nous pouvons donc voir arriver la nuit avec plus de confiance que nos ancêtres. Mais, en ce qui concerne le petit gymnaste, tant que je n'en saurai pas plus sur la manière dont il fonctionne, je serai aussi démuni devant son comportement que l'homme des cavernes devant la succession des jours et des nuits. Je ne peux que calculer des fréquences d'apparition sur la base des observations passées, et prier pour que ces fréquences soient à peu près respectées dans l'avenir. Encore suis-je bien plus mal loti que mon ancêtre, puisque je ne dispose que de très peu d'observations : vingt-deux seulement.

Mais, après tout, je peux aussi réclamer d'autres observations. Nous ne sommes pas en train de demander au soleil de se lever, nous cherchons simplement à savoir si une suite de chiffres est construite suivant une certaine règle. Si règle il y a, elle doit permettre de continuer la série indéfiniment, donner non seulement le vingt-troisième chiffre, mais le vingt-quatrième, le millième, le millionième, bref autant qu'il me sera nécessaire pour la reconnaître. Il n'y a ni 0 ni 6 dans les vingt-deux premiers chiffres : y en a-t-il plus loin ? J'observe qu'un 5 est toujours suivi par un 2 : est-ce une particularité des vingt-deux premiers chiffres ou est-ce une règle générale ? Bref, plus on a de données, mieux on cerne les possibilités, et, pour pouvoir décider s'il y a des règles précises qui gouvernent la succession des chiffres, il faudrait disposer d'un protocole qui se poursuivrait indéfiniment. Ce n'est que dans ce cas que l'on pourra vraiment tester toutes les règles et lever tous les doutes.

Le pantin s'arrête au bout d'une soixantaine de tours et il n'est évidemment pas facile de le convaincre de poursuivre. Mais il y a une alternative : le

relancer. Allons-y, recommençons l'expérience :
- 3 3 1 3 4 1 1 1 4 3 1 3 3 5 3 5 2 2 2 5 4 2.

Encore une fois :
- 1 2 3 5 4 5 2 5 1 5 5 4 4 5 4 1 3 2.

Puis encore deux autres :
- 1 3 2 4 1 4 5 3 5 1 5 3 51 3 5 4 3 2 2.
+ 5 2 5 3 5 3 1 3 4 4 2 2 5 5 1 5 2 1 3.

On obtient autant de protocoles que l'on veut : leur nombre n'est limité que par notre patience, qui ici s'est épuisée à cinq, ce qui nous permet déjà de faire certaines constatations. La première est que l'expérience, recommencée dans les mêmes conditions, ne donne pas les mêmes résultats : on observe, non pas cinq fois le même protocole, mais cinq protocoles différents. La deuxième est que ces protocoles ne se ressemblent guère ; la fréquence élevée du chiffre 2 dans le premier, par exemple, n'est pas confirmée par les autres. La troisième est que si les quatre nouveaux protocoles confirment que les chiffres restent compris entre 1 et 5, ils ne permettent toujours pas de mettre en évidence de règle de succession. Mieux encore, ils détruisent celles que l'on avait pu former au vu du premier : le 5 n'est pas nécessairement suivi par un 2. On peut aussi considérer ces cinq protocoles différents comme un seul, en les mettant bout à bout (et en oubliant les signes – ou +) :

5 2 2 2 2 2 3 2 2 3 1 4 4 1 2 3 4 3 5 2 4 3 1 3
3 1 3 4 1 1 1 4 3 1 3 3 5 3 5 2 2 2 5 4 2 1 2 3
5 4 5 2 5 1 5 5 4 4 5 4 1 3 2 1 3 2 4 1 4 5 3 5
1 5 3 51 3 5 4 3 2 2 5 2 5 3 5 3 1 3 4 4 2 2 5
5 1 5 2 1 3...

A la différence des listes précédentes, celle-ci se termine par trois points. Ceci signifie qu'elle est potentiellement infinie : il ne tient qu'à nous de lancer le pantin une sixième fois, puis une septième, bref autant de fois que nous le souhaitons, pour rajouter des chiffres à cette liste. Bien entendu, il faudra bien s'arrêter un jour – nous n'aurons ni le temps ni la patience de faire cela très longtemps. Mais, par une abstraction mathématique analogue à celle qui nous permet de tracer un segment de droite sur une feuille de papier, et de décréter qu'elle représente une ligne droite infinie, nous considérons que les chiffres que nous avons obtenus ne sont que les 102 premiers d'une série infinie, les chiffres restants étant représentés par les points de suspension. Ceux-ci veulent dire : « Attention, la liste n'est pas terminée, je tiens à votre disposition autant de chiffres que vous voulez, et c'est exclusivement pour des raisons de place que je n'en écris que cent deux ». Sur ce protocole infini, ou cette liste indéfinie, on fera des constatations tout à fait analogues à celles que nous avions faites jusqu'à présent.

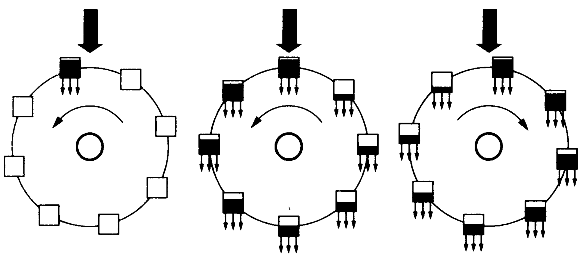
Elles peuvent se résumer en une seule : aucun procédé ne permet à coup sûr de déduire un de ces chiffres de ceux qui le précèdent. Disons-le d'autres manières, à la Cyrano. Libertaire : la seule règle, c'est qu'il n'y a pas de règle. Métaphysique : le passé ne détermine pas le présent. Pratique : si vous vouliez ranger dix millions de ces chiffres dans votre ordinateur, vous ne pourriez que les mettre un à un en mémoire ; il n'y a pas de programme qui permette d'économiser du temps ou de la place.

N'allons pas plus loin : le hasard existe, nous l'avons rencontré. Il y a hasard quand on ne peut plus prédire de manière certaine, quand le passé ne détermine pas complètement le présent, quand une série d'observations ne se laisse pas résumer. Certes, il y a des gradations dans l'incertitude, et le maniement des probabilités permet d'évaluer la part de hasard que recèle le futur, les probabilités 0 et 1 représentant la certitude, dans un sens et dans l'autre, et les probabilités intermédiaires reflétant l'état de l'information que l'on peut avoir. Mais le hasard, c'est bien cela, l'incertitude sur l'avenir, l'impossibilité de prédire à coup sûr. Maintenant que nous savons le reconnaître, voyons si nous saurons le fabriquer.

Machines à hasard

On a longtemps cru que le hasard se distinguait de son contraire, la connaissance du futur, la prévisibilité totale, comme la victoire se distingue de la défaite : la première a une multitude de parents, alors que la seconde est orpheline. Un événement dépendrait du hasard quand beaucoup de facteurs concourent à le déterminer, et n'en dépendrait pas s'il n'y en a qu'un, ou s'il y en a peu. Les éclipses ne dépendent que des positions relatives du Soleil, de la Terre, et de la Lune, dont les mouvements se calculent bien : voilà qui est simple, point de hasard là-dedans, et d'ailleurs la date et le lieu de la prochaine éclipse sont annoncés dans le journal. Le temps qu'il fait dépend d'une multitude de facteurs changeants – les vents et les courants, les températures et les pressions, les positions des cyclones et des anticyclones – tous également importants, et l'on s'attend à ce que le météorologiste, à la différence de l'astronome, ne puisse pas les maîtriser tous. Le résultat est que l'on ne peut pas savoir s'il pleuvra sur Paris le 14 juillet de l'année prochaine, même si les étés caniculaires que nous avons vécus les années précédentes nous incitent à penser que c'est fort peu probable. Trop de facteurs concourent à la détermination de cet événement et ils sont trop labiles et trop impondérables pour que l'on puisse s'en assurer aujourd'hui, plus d'un an à l'avance.

Il est temps maintenant de revenir à notre jouet, et de voir ce qui se cache dans la boîte où évolue le gymnaste. On y trouve un grand sablier, qui déverse son contenu sur une roue de moulin, dont les bras portent à leur extrémité un godet. Ces petits récipients sont tous troués, et le sable qu'ils recueillent s'écoule comme l'eau d'une passoire. Lorsque le mouvement est déclenché, le réservoir commence à déverser son contenu dans le premier godet au-dessous



La roue. Voici le principe du mécanisme qui animait le pantin de la rue Berthaud. Il était dissimulé derrière le boîtier, alors que le pantin lui-même était bien sûr situé à l'avant, les bras solidaires d'un axe de rotation. Cet axe portait une roue, sur laquelle se déversait un sablier. Les godets se remplissaient et se vidaient au gré de leur position sous le sablier, et la roue tournait d'un côté ou de l'autre suivant la répartition – forcément variable - du sable dans les godets. L'axe de la roue entraînait le pantin par ses bras.